

2022

STATISTICS

सांख्यिकी

Time Allowed : 3 hours *Maximum Marks* : 300

समय : 3 घण्टे

पूर्णांक : 300

Instructions :

- The figures in the margin indicate full marks.
- Answer **all** questions.
- Candidates are required to give their answers in their own words as far as practicable.
- All questions have been printed both in English and Hindi. In case of any ambiguity in Hindi version, the English version shall be considered authentic.
- Parts of the same question must be answered together and must not be interposed between answers to other questions.

अनुदेश :

- उपान्त के अंक पूर्णांक के द्योतक हैं।
- सभी प्रश्नों के उत्तर देना अनिवार्य है।
- परीक्षार्थी यथासम्भव अपने शब्दों में ही उत्तर दें।
- सभी प्रश्न अंग्रेजी और हिन्दी दोनों भाषा में छपे हैं। यदि हिन्दी भाषा में कोई संदेह है, तो अंग्रेजी भाषा को ही प्रामाणिक माना जाएगा।
- एक ही प्रश्न के विभिन्न भागों के उत्तर अनिवार्य रूप से एक साथ ही लिखे जाएँ तथा उनके बीच में अन्य प्रश्नों के उत्तर न लिखे जाएँ।

DK23/118A

(Turn Over)

SECTION—I

खण्ड—I

1. Answer the following questions : 10×5=50

- (a) The joint distribution of two random variables X and Y has the probability density function

$$f_{X, Y}(x, y) = \beta^{a+b} x^{a-1} (y-x)^{b-1} e^{-\beta y},$$

$$0 < x < y < \infty$$

Derive the marginal distribution of Y and the conditional distribution of X given Y .

- (b) Let X_1, X_2 be independent random variables following Bernoulli distribution with parameter θ . Show that $X_1 + X_2$ is sufficient for θ . Verify if $X_1 + 2X_2$ is also sufficient for θ .

- (c) Construct a 95% confidence interval for μ in $N(\mu, 9)$ from the following observed sample :

- 2, 0, 5, 12

- (d) If for the events A and B , $P(A) > 0$ and $P(B) > 0$, then show that $P(A|B) > P(A)$ iff $P(B|A) > P(B)$, likewise, $P(A|B) < P(A)$ iff $P(B|A) < P(B)$.

- (e) If π_1 and π_2 denote two bivariate normal populations where $\pi_1 \sim N_2(\underline{\mu}_1, \Sigma)$ and $\pi_2 \sim N_2(\underline{\mu}_2, \Sigma)$, $\underline{\mu}_1 = (15, 10)$, $\underline{\mu}_2 = (15, 20)$

$$\text{and } \Sigma = \begin{pmatrix} 16 & 12 \\ 12 & 36 \end{pmatrix}$$

compute the Mahalanobis distance between π_1 and π_2 .

नीचे दिये गये सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

- (क) दो यादृच्छिक चरों X तथा Y के संयुक्त बंटन का प्रायिकता घनत्व फलन है

$$f_{X, Y}(x, y) = \beta^{a+b} x^{a-1} (y-x)^{b-1} e^{-\beta y},$$

$$0 < x < y < \infty$$

Y का उपान्त बंटन तथा X दत्त Y का सप्रतिबंध बंटन व्युत्पन्न कीजिए।

- (ख) मान लीजिए X_1, X_2 स्वतंत्र यादृच्छिक चर हैं, जो प्राचल θ सहित बर्नोलि बंटन का अनुसरण करते हैं। दर्शाइए कि $X_1 + X_2$, θ के लिए पर्याप्त है। जाँच कीजिए कि क्या $X_1 + 2X_2$ भी θ के लिए पर्याप्त है।
- (ग) $N(\mu, 9)$ में निम्न प्रेक्षित प्रतिदर्श से, μ के लिए एक 95% विश्वास्यता अंतराल बनाइए :

- 2, 0, 5, 12

- (घ) यदि घटनाओं A और B के लिए, $P(A) > 0$ और $P(B) > 0$ हो, तो दर्शाइए कि $P(A|B) > P(A)$, यदि और केवल यदि, $P(B|A) > P(B)$, इसी प्रकार $P(A|B) < P(A)$, यदि और केवल यदि, $P(B|A) < P(B)$.
- (ङ) यदि π_1 और π_2 दो द्विचर प्रसामान्य समष्टियों को निरूपित करते हों, जहाँ $\pi_1 \sim N_2(\underline{\mu}_1, \Sigma)$ और $\pi_2 \sim N_2(\underline{\mu}_2, \Sigma)$, $\underline{\mu}_1 = (15, 10)$, $\underline{\mu}_2 = (15, 20)$ और $\Sigma = \begin{pmatrix} 16 & 12 \\ 12 & 36 \end{pmatrix}$ हो, तो π_1 और π_2 के बीच महालनोबिस दूरी का परिकलन कीजिए।

2. (a) Define convergence in distribution. Let $\{X_n\}_{n=1}^{\infty}$ be a sequence of independent random variables such that

$$X_n = \begin{cases} n^3, & \text{with probability } \frac{1}{n^2} \\ 0, & \text{with probability } 1 - \frac{1}{n^2} \end{cases}$$

Show that $X_n \rightarrow 0$ in distribution. 10

- (b) How can you find out the discontinuity points of distribution of a random variable if the characteristic function $\phi(t)$ is given to you? Hence find the c.d.f. of a random variable X whose characteristic function is $\frac{1}{4}(1 + e^{it} + 2e^{2it})$. 20

- (c) Let X_n be a Poisson $P(n\theta)$, $n \geq 1$, $\theta > 0$. Use the central limit theorem to find the smallest n such that

$$P\left(\left|\frac{X_n}{n} - \theta\right| \leq \frac{\sqrt{\theta}}{10}\right) \geq 0.99 \quad 20$$

- (क) बंटन में अभिसरण परिभाषित कीजिए। माना कि $\{X_n\}_{n=1}^{\infty}$ स्वतन्त्र यादृच्छिक चरों का ऐसा अनुक्रम है कि

$$X_n = \begin{cases} n^3, & \frac{1}{n^2} \text{ प्रायिकता के साथ} \\ 0, & 1 - \frac{1}{n^2} \text{ प्रायिकता के साथ} \end{cases}$$

दर्शाइए कि बंटन में $X_n \rightarrow 0$.

- (ख) किसी यादृच्छिक चर के बंटन के असांतत्य बिन्दुओं को आप कैसे प्राप्त कर सकते हैं, यदि आपको अभिलक्षण-फलन $\phi(t)$ दिया गया है? अतः यादृच्छिक चर X , जिसका अभिलक्षण-फलन $\frac{1}{4}(1 + e^{it} + 2e^{2it})$ है, का सी० डी० एफ० प्राप्त कीजिए।

- (ग) माना कि X_n प्वयर्सों $P(n\theta)$, $n \geq 1$, $\theta > 0$ है। केन्द्रीय सीमा प्रमेय का उपयोग n का न्यूनतम मान प्राप्त करने के लिए कीजिए ताकि

$$P\left(\left|\frac{X_n}{n} - \theta\right| \leq \frac{\sqrt{\theta}}{10}\right) \geq 0.99$$

OR / अथवा

- (a) The distribution under the null hypothesis of X is uniform over $1, 2, \dots, 10$ and under the alternative hypothesis, the distribution is given by $P(X = k) = \frac{1}{8}$ for $k = 1, 2, 3, 4, 5$;
 $P(X = k) = 0$ for $k = 6, 7, 8, 9$ and
 $P(X = 10) = \frac{3}{8}$. Obtain most powerful test of size 0.15 and find its power, based on a sample of size one. 15

- (b) How does one obtain moment estimators? If X has the p.d.f.

$$f(x, \theta) = \frac{x}{\beta} e^{-(x-\theta)/\beta}, \quad 0 < \theta < x < \infty, \quad \beta > 0$$

and a sample of size 50 yields

$$\sum_{i=1}^{50} x_i = 6500 \quad \text{and} \quad \sum_{i=1}^{50} x_i^2 = 1500000$$

find moment estimates of β and θ . 15

- (c) The probability density function of a random variable X is given by

$$f_X(x) = 630x^4(1-x)^4, \quad 0 < x < 1$$

Find the probability that X will take on a value within two standard deviations

of the mean $(\mu \pm 2\sigma)$ and compare it with the lower bound provided by the Chebyshev's inequality. 20

(क) निराकरणिय परिकल्पना के अन्तर्गत, X का बंटन 1, 2, ..., 10 पर एकसमान और वैकल्पिक परिकल्पना के अन्तर्गत बंटन $P(X = k) = \frac{1}{8}$, $k = 1, 2, 3, 4, 5$ के लिए, $P(X = k) = 0$, $k = 6, 7, 8, 9$ के लिए और $P(X = 10) = \frac{3}{8}$ है। 0.15 आमाप का सर्वशक्तिमान परीक्षण प्राप्त कीजिए और एक आमाप के प्रतिदर्श के आधार पर इसकी शक्ति को मालूम कीजिए।

(ख) आघूर्ण आकलकों को कोई कैसे प्राप्त करता है? यदि X का पी० डी० एफ०

$$f(x, \theta) = \frac{x}{\beta} e^{-(x-\theta)/\beta}, \quad 0 < \theta < x < \infty, \quad \beta > 0$$

हो और एक 50 आमाप का प्रतिदर्श

$$\sum_{i=1}^{50} x_i = 6500 \quad \text{और} \quad \sum_{i=1}^{50} x_i^2 = 1500000$$

देता है, तो β और θ के आघूर्ण आकलकों को प्राप्त कीजिए।

(ग) यदि एक यादृच्छिक चर X का प्रायिकता घनत्व फलन

$$f_X(x) = 630x^4(1-x)^4, \quad 0 < x < 1$$

हो, तो इस बात की प्रायिकता मालूम कीजिए कि X , माध्य $(\mu \pm 2\sigma)$ के दो मानक विचलनों के बीच होगा तथा इसकी तुलना चेबिचेव असमता द्वारा प्राप्त निम्न परिबंध से भी कीजिए।

3. (a) Define Hotelling T^2 statistic. State any one of its applications.

A random sample of size 3 from a bivariate normal $N_2(\underline{\mu}, \Sigma)$ distribution gave following unbiased estimates of $\underline{\mu}$ and Σ :

$$\bar{x} = \begin{pmatrix} 6 \\ 8 \end{pmatrix}, \quad S = \begin{pmatrix} 9 & -3 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$$

Compute T^2 statistic to test the hypothesis $H_0 : \underline{\mu} = \underline{\mu}_0 = \begin{pmatrix} 7 \\ 7 \end{pmatrix}$.

25

- (b) Using Rao-Blackwell theorem, derive the uniformly minimum variance unbiased estimator (UMVUE) of an estimable parametric function based on a complete sufficient statistic. Obtain the UMVUE of $P(X = r)$, $r = 0, 1, \dots, m$, where X_1, X_2, \dots, X_n are independent identically distributed $\text{Bin}(m, p)$; $0 < p < 1$.

25

(क) होटलिंग T^2 प्रतिदर्शज को परिभाषित कीजिए। इसके अनुप्रयोगों में से किसी एक को बताइए।

एक द्विचर प्रसामान्य बंटन $N_2(\underline{\mu}, \Sigma)$ से आमाप 3 के एक यादृच्छिक प्रतिदर्श द्वारा $\underline{\mu}$ और Σ के निम्नलिखित अनभिन्नत आकलन दिए :

$$\bar{\underline{x}} = \begin{pmatrix} 6 \\ 8 \end{pmatrix}, \quad S = \begin{pmatrix} 9 & -3 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$$

परिकल्पना $H_0 : \underline{\mu} = \underline{\mu}_0 = \begin{pmatrix} 7 \\ 7 \end{pmatrix}$ का परीक्षण करने के

लिए T^2 प्रतिदर्शज का परिकलन कीजिए।

(ख) राव-ब्लैकवेल प्रमेय का प्रयोग करते हुए एक पूर्ण पर्याप्त प्रतिदर्शज पर आधारित आकलनीय प्राचलिक फलन का एकसमान न्यूनतम प्रसरण अनभिन्नत आकलक (UMVUE) व्युत्पन्न कीजिए। $P(X = r)$, $r = 0, 1, \dots, m$ का UMVUE प्राप्त कीजिए, जहाँ X_1, X_2, \dots, X_n स्वतंत्रतः सर्वसम बंटित (iid) $\text{Bin}(m, p)$ हैं; $0 < p < 1$.

OR / अथवा

(a) Let N be the number of observations required by the sequential probability ratio test (SPRT) for testing $H_0 : X \sim f(x, \theta_0)$ against $H_1 : X \sim f(x, \theta_1)$, $\theta_1 \neq \theta_0$. Stating appropriate assumptions, show that $P(N < \infty) = 1$ at $\theta = \theta_0, \theta_1$.

When $X \sim N(\theta, 1)$, for testing $H_0 : \theta = 0$ against $H_1 : \theta = 1$, derive the expression of the percentage saving in sample sizes under H_0 based on SPRT over the fixed sample size based on MP test. Take the strength of each procedure as (α, β) . 10+15

(b) Describe Wilcoxon-Mann-Whitney test. To compare two brands of tyres, the following milages (in '000 miles) were obtained for 8 tyres of each brand :

Brand A : 35.1 18.5 17.3 26.9 15.9 21.7 16.8 32.5

Brand B : 18.7 26.9 31.5 25.6 32.1 19.7 18.6 16.9

Test the null hypothesis at $\alpha = 0.05$ that the two samples come from the same population using Wilcoxon-Mann-Whitney test.

[Table value : $U(8, 8, 0.025) = 50$,

$U(8, 8, 0.05) = 48$] where $P[U > U(m, n, \alpha)] \leq \alpha$

10+15

(क) मान लीजिए $H_1 : X \sim f(x, \theta_1)$, $\theta_1 \neq \theta_0$ के विरुद्ध $H_0 : X \sim f(x, \theta_0)$ का परीक्षण करने के लिए आनुक्रमिक प्रायिकता अनुपात परीक्षण (SPRT) द्वारा आवश्यक प्रेक्षणों की संख्या N है। उपयुक्त अभिधारणाएँ बताते हुए दर्शाइए कि $P(N < \infty) = 1$, $\theta = \theta_0, \theta_1$ पर।

जब $X \sim N(\theta, 1)$, तो $H_1: \theta = 1$ के विरुद्ध $H_0: \theta = 0$ का परीक्षण करने के लिए, एम० पी० (MP) परीक्षण पर आधारित नियत प्रतिदर्श आमाप पर एस० पी० आर० टी० (SPRT) पर आधारित H_0 के अंतर्गत प्रतिदर्श आमापों में प्रतिशत बचत के व्यंजक को व्युत्पन्न कीजिए। प्रत्येक क्रियाविधि की क्षमता (α, β) लीजिए।

(ख) विल्कॉक्सन-मान-व्हिट्नी परीक्षण का वर्णन कीजिए। टायरों के दो ब्रांडों की तुलना करने के लिए प्रत्येक ब्रांड के 8 टायरों के लिए निम्नलिखित मील दूरियाँ ('000 मील में) प्राप्त की गईं :

ब्रांड A : 35.1 18.5 17.3 26.9 15.9 21.7 16.8 32.5

ब्रांड B : 18.7 26.9 31.5 25.6 32.1 19.7 18.6 16.9

विल्कॉक्सन-मान-व्हिट्नी परीक्षण का प्रयोग करते हुए एक ही समष्टि से दो प्रतिदर्श आते हैं इसका $\alpha = 0.05$ पर निराकरणिय परिकल्पना का परीक्षण कीजिए।

[सारणी मान : $U(8, 8, 0.025) = 50$,

$U(8, 8, 0.05) = 48$], जहाँ $P[U > U(m, n, \alpha)] \leq \alpha$

SECTION—II

खण्ड—II

4. Answer the following questions : 10×5=50

(a) Show that systematic sample is better than SRSWOR if

$$\frac{-1}{n-1} < \rho_w < \frac{-1}{N-1}$$

where n and N are sample and population sizes respectively and ρ_w is the intraclass correlation between pairs of units that are in the same systematic sample.

(b) What is meant by statistical quality control (SQC)? What is its main purpose? Give its uses.

(c) Four counters are being opened on the frontier of a country to check the passports and necessary papers of the tourists. The tourists choose the counter at random. If the arrivals at the frontier are Poisson at the rate λ and the service time is exponential with parameter $\frac{\lambda}{2}$, what is the steady-state average queue at each counter?

(d) Define time series. Write its components and explain them.

(e) Explain how fertility can be estimated as an application of stable population theory.

नीचे दिये गये सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

(क) प्रदर्शित कीजिए कि एस० आर० एस० डब्ल्यू० ओ० आर० (SRSWOR) से क्रमबद्ध प्रतिदर्श अधिक अच्छा होता है, यदि

$$\frac{-1}{n-1} < \rho_w < \frac{-1}{N-1}$$

जहाँ n तथा N क्रमशः प्रतिदर्श और समष्टि आमाप हैं तथा ρ_w इकाइयों के उन युग्मों के बीच अंतर्वर्ग सहसम्बन्ध है जो एक ही क्रमबद्ध प्रतिदर्श में हैं।

(ख) सांख्यिकीय गुणता नियंत्रण (SQC) का क्या मतलब होता है? इसका मुख्य प्रयोजन क्या है? इसके उपयोग बताइए।

(ग) पर्यटकों के पासपोर्ट और आवश्यक कागजातों की जाँच करने के लिए देश की सीमा पर चार काउन्टर खोले जा रहे हैं। पर्यटक काउन्टर का यादृच्छिक रूप से चयन करते हैं। यदि सीमा पर आगमन λ दर से प्वासों हों, और सेवा काल प्राचल $\frac{\lambda}{2}$ के साथ चरघातांकी हो, तो प्रत्येक काउन्टर पर स्थायी अवस्था औसत 'क्यू' क्या होगा?

(घ) काल श्रेणी की परिभाषा दीजिए। उसके घटक लिखिए और उन्हें समझाइए।

(ङ) स्पष्ट कीजिए कि स्थायी जनसंख्या थियोरी के एक अनुप्रयोग के रूप में प्रजनन का प्राक्कलन किस प्रकार किया जा सकता है।

5. (a) Define a ratio estimator. Show that it is biased. Suggest a suitable sampling procedure for which the classical ratio estimator of a population ratio is unbiased. For the suggested procedure, derive the variance of the ratio estimator. Also propose an unbiased estimator of this variance of the ratio estimator.

25

(b) What is the concept behind the use of 3σ limits in statistical quality control? Control on measurement of pitch diameter of threads in aircraft fittings checked with 5 successive items measured at regular intervals. 8 such samples are given below (values are expressed in units of 0.0001 inch) :

Sample	Measurement on each item of 5 items per hour				
1	46	45	44	43	42
2	40	45	43	40	39
3	39	46	45	42	41
4	41	41	45	42	41
5	46	44	41	40	45
6	40	40	43	42	40
7	42	44	47	47	41
8	42	43	43	42	45

Construct \bar{X} -R chart and comment on the process control.

25

(क) अनुपात आकलक को परिभाषित कीजिए। प्रदर्शित कीजिए कि यह अभिनत है। एक उपयुक्त प्रतिचयन प्रक्रिया सुझाइए जिसके लिए समष्टि अनुपात का चिर प्रतिष्ठित अनुपात आकलक अनभिनत है। सुझाई गई प्रक्रिया के लिए अनुपात आकलक का विचरण निकालिए। अनुपात आकलक के इस विचरण का अनभिनत आकलक भी प्रस्तावित कीजिए।

(ख) सांख्यिकीय गुणता नियंत्रण में 3σ सीमाओं के प्रयोग के पीछे क्या अवधारणा है?

हवाई जहाज के फिटिंग्स में धागों के पिच दूरी के मापों पर नियंत्रण को समान अन्तरालों पर मापे गये 5 लगातार इकाइयों से जाँचा जाता है। ऐसे 8 प्रतिदर्श नीचे दिए गए हैं (मानों को 0.0001 इंच की इकाइयों में दर्शाया गया है) :

प्रतिदर्श	5 इकाइयों में प्रत्येक पर प्रति घंटे पर मापन				
1	46	45	44	43	42
2	40	45	43	40	39
3	39	46	45	42	41
4	41	41	45	42	41
5	46	44	41	40	45
6	40	40	43	42	40
7	42	44	47	47	41
8	42	43	43	42	45

\bar{X} -R तालिका का निर्माण कीजिए तथा प्रक्रम नियंत्रण पर टिप्पणी कीजिए।

OR / अथवा

(a) What is symmetrical BIBD? Show that for a BIBD with $v = nk$ for n , a positive integer, $b \geq v + r - 1$. Show that for a symmetrical BIBD with v even, $r - \lambda$ is a perfect square. 25

(b) Describe single sampling plan for attribute. Suppose that the purchaser and the ender agree that a defective rate of 10% in a lot is satisfactory. For a sampling plan ($N = 20$, $n = 5$, $c = 1$), determine the probability that a lot with this percent (i.e., 10%) defective, will be accepted. Also determine the said probability if the sampling plan happens to be ($N = 100$, $n = 5$, $c = 1$). Which of these two sampling plans seems better and why? 25

(क) सममित बी० आइ० बी० डी० (BIBD) क्या है? प्रदर्शित कीजिए कि एक धनात्मक पूर्णांक n के लिए $v = nk$ वाले बी० आइ० बी० डी० के लिए $b \geq v + r - 1$. प्रदर्शित कीजिए कि v सम वाले सममित बी० आइ० बी० डी० के लिए $r - \lambda$ एक पूर्ण वर्ग है।

(ख) गुण के लिए एक प्रतिचयन आयोजन को स्पष्ट कीजिए। मान लीजिए कि ग्राहक और बेचने वाले मानते हैं कि अगर किसी समूह (लॉट) में 10% की खराबी दर है, तो ठीक है। प्रतिचयन आयोजन ($N = 20$, $n = 5$, $c = 1$) के लिए अगर एक लॉट जिसमें 10% खराब है,

के स्वीकार किए जाने की प्रायिकता प्राप्त कीजिए। अगर प्रतिचयन आयोजन ($N = 100, n = 5, c = 1$) है, तो इसी तरह इसकी भी प्रायिकता निकालिए। इन दोनों में से कौन-सा प्रतिचयन आयोजन ज्यादा अच्छा प्रतीत होता है और क्यों?

6. (a) Explain the following terms :

(i) Reliability function

(ii) Maintainability

(iii) Availability

The mean life of a component is 100 hrs. If you want to build a parallel system having a mean life of 200 hrs, how many components would be required considering a constant hazard model?

20

(b) Given below is the data regarding deaths in two districts. On the basis of the given data, calculate the standardized death rates. Give your comments :

15

Age range	Population (0, 0)		Number of deaths (0, 0)		Age distribution of standard 1000
	Dist. A	Dist. B	Dist. A	Dist. B	
0-10	2000	1000	50	20	206
10-55	7000	3000	75	30	583
55 and above	1000	2000	25	40	211

- (c) For estimating simultaneous linear system of equations, how would you use two-stage least squares (2SLS) method and why?

15

- (क) निम्नलिखित पारिभाषिक शब्दों को समझाइए :

(i) विश्वसनीयता फलन

(ii) अनुरक्षणीयता

(iii) उपलब्धता

एक घटक की माध्य आयु 100 घंटे है। यदि आप 200 घंटे माध्य आयु का एक समांतर निकाय बनाना चाहते हैं, तो एक स्थिर जोखिम मॉडल को मानते हुए, कितने घटकों की आवश्यकता होगी?

- (ख) नीचे दो जिलों में मृत्यु से सम्बन्धित आँकड़े दिए गए हैं। दिए गए आँकड़ों के आधार पर, मानकीकृत मृत्यु दरों का परिकलन कीजिए। अपने विचार व्यक्त कीजिए :

उम्र परास	जनसंख्या (0, 0)		मृत्यु की संख्या (0, 0)		1000 मानक का उम्र बंटन
	जिला A	जिला B	जिला A	जिला B	
0-10	2000	1000	50	20	206
10-55	7000	3000	75	30	583
55 एवं अधिक	1000	2000	25	40	211

- (ग) रैखिक युगपत् समीकरणों के निकाय के आकलन के लिए आप किस प्रकार द्वि-चरण न्यूनतम वर्ग (2SLS) विधि का उपयोग करेंगे तथा क्यों?

OR / अथवा

- (a) What do you understand by the term 'sensitivity analysis'? Discuss the effect of variation in the resource vector b in the linear programming problem with set of constraints $AX = b$.

In the problem

$$\text{Maximize } Z = -x_1 + 2x_2 - x_3$$

subject to

$$3x_1 + x_2 - x_3 \leq 10$$

$$-x_1 + 4x_2 + x_3 \geq 6$$

$$x_2 + x_3 \leq 4$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

discuss the effect of discrete change in the component b_2 so as to maintain the optimality of the current optimum solution.

20

- (b) Explain the time reversal and factor reversal tests of index numbers. Examine whether Laspeyres' and Paasche's index number satisfy these tests.

15

- (c) Explain the following terms :

(i) Summation score as a function of ability

(ii) Percentile scores

(iii) Z-score

Describe how T -scores are to be found when we are given test scores in the form of a frequency table.

15

- (क) 'सुग्राहिता विश्लेषण' शब्द से आप क्या समझते हैं?
 $AX = b$ प्रतिबन्धों के समुच्चय के साथ एक रेखीय प्रोग्रामन समस्या में दिए रिसोर्स वेक्टर b में परिवर्तन के प्रभाव की विवेचना कीजिए।

निम्नलिखित समस्या में

$$\text{अधिकतमीकरण कीजिए } Z = -x_1 + 2x_2 - x_3$$

बशर्ते कि

$$3x_1 + x_2 - x_3 \leq 10$$

$$-x_1 + 4x_2 + x_3 \geq 6$$

$$x_2 + x_3 \leq 4$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

b_2 घटक में असंतत परिवर्तन के प्रभाव की विवेचना कीजिए ताकि वर्तमान अनुकूलतम हल की अनुकूलतमता बरकरार रहे।

- (ख) सूचकांकों के समय व्युत्क्रमण तथा कारक व्युत्क्रमण परीक्षणों को समझाइए। जाँच कीजिए कि क्या लैस्पेरे तथा पाशे के सूचकांक इन परीक्षणों को सन्तुष्ट करते हैं।

- (ग) निम्नलिखित शब्दों को समझाइए :

(i) योग्यता के एक फलन के रूप में यौगिक स्कोर

(ii) शततमक स्कोर

(iii) Z-स्कोर

बताइए कि परीक्षण स्कोरों के एक बारम्बारता सारणी के रूप में दिए होने पर T-स्कोरों को कैसे प्राप्त किया जाता है।

★ ★ ★